تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

الثانية علوم رياضية	فرض رقم 3	2015-14

التمرين الأول

نضع $S_n=\sum_{p=1}^{p=n}\frac{1}{\sqrt{p}}$ و نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_n=\frac{S_n}{\sqrt{n}}$

1) بين أن $\left(\forall p\in\mathbb{N}^*\right)\quad 2\left(\sqrt{p+1}-\sqrt{p}\right)\le\frac{1}{\sqrt{p}}$

2) استنتج أن $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*\right)\quad S_n\ge 2\sqrt{n+1}-2$ و حدد $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$

3) بين بالترجع أن $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*\right)\quad S_n\le\sqrt{n}+\sqrt{n-1}$ و استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

التمرين الثاني

I] 1) نعتبر الدالة g المعرفة على $x\in\left]0,+\infty\right[$ بما يلي : $g(x)=\frac{-1}{x+1}+2\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$

أ- أحسب $\lim\limits_{x\to0^+}g(x)\ ;\ \lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$

ب- أحسب المشتقة $g'(x)$ و ضع جدول تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$

2) نضع $v(x)=\frac{x^3}{3}$ و $u(x)=\ln(1+x)-x+\frac{x^2}{2}$

بين أن $\left(\forall x\in\mathbb{R}^+\right)\quad 0\le\frac{1}{1+x}-1+x\le x^2$ ثم استنتج أن $\left(\forall x\in\mathbb{R}^+\right)\quad 0\le u(x)\le v(x)\quad(\alpha)$

II] لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^+$ كما يلي : $x\ne0\ ;\ f(x)=x^2\ln\left(\frac{1}{x}+1\right)$ و $f(0)=0$

1) أ- بين أن f متصلة على يمين 0

ب- أدرس قابلية اشتقاق f على يمين 0

2) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب- أدرس أن المستقيم $(D)\ y=x-\frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى C_f بجوار $+\infty$ (يمكن استعمال (α))

3) أحسب المشتقة $f'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

4) أرسم المنحنى C_f

التمرين الثالث

نضع $f(z)=\frac{1}{\bar{z}+i}$ لكل عدد عقدي z يخالف i .

1) أنشر العدد $\left(1+i\sqrt{3}\right)^2$ ثم حدد حلول المعادلة $f(z)=\sqrt{3}-\bar{z}$

2) أ- حدد (D) مجموعة النقط $M(z)$ و التي يكون من أجلها $f(z)$ حقيقي

ب- نضع $z=iy$ مع $y\in\mathbb{R}-\{1\}$ حدد المجموعة $(E)=\left\{M(f(z))/\ y\in\mathbb{R}-\{1\}\right\}$

ج- نفترض أن $z=x$ و $x\in\mathbb{R}$.

بين ان $f(z)+\frac{i}{2}=\frac{i(x-i)}{2(x+i)}$ ثم استنتج أن $(C)=\left\{M(f(z))/\ x\in\mathbb{R}\right\}$ هي دائرة محددا عناصرها

3) بين أنه إذا كان $|z|=1$ فإن $\mathrm{Im}(f(z))=-\frac{1}{2}$